



Centro
di Ricerca e
Documentazione
Luigi Einaudi

WORKING PAPER

**Deterrenza multilivello e rischio nucleare
in conflitti asimmetrici:
implicazioni strategiche da un modello dinamico**

*Un modello di teoria dei giochi con escalation multilivello,
stabilità di regime e rischio di errore di calcolo nucleare*

Giuseppe Russo
(Centro di Ricerca e Documentazione Luigi Einaudi)

Marzo 2026

WORKING PAPER

Deterrenza multilivello e rischio nucleare in conflitti asimmetrici: implicazioni strategiche da un modello dinamico

*Un modello di teoria dei giochi con escalation multilivello,
stabilità di regime e rischio di errore di calcolo nucleare*

Giuseppe Russo¹ (Centro di Ricerca e Documentazione Luigi Einaudi) - 6 Marzo 2026

Disclaimer

Questo working paper è un documento di ricerca preliminare. Le analisi e le interpretazioni contenute sono di esclusiva responsabilità dell'autore e non rappresentano posizioni ufficiali di alcuna istituzione. Il testo è protetto da diritto d'autore. È consentita la citazione parziale con indicazione della fonte; la riproduzione o diffusione integrale non autorizzata è vietata. Il documento è soggetto a revisioni.

¹ e-mail: grusso07@gmail.com

Abstract

Questo paper presenta un modello formale di teoria dei giochi per analizzare un conflitto asimmetrico tra una potenza nucleare aggressore (R) e un piccolo stato democratico (u) sostenuto da una coalizione di paesi ricchi (E) e indirettamente da una superpotenza nucleare (U). Il modello incorpora: guerra di attrito con asimmetria finanziaria illimitata; deterrenza nucleare multilivello con opzioni di risposta graduata; stabilità endogena del regime e probabilità di errore di calcolo nucleare; intervento convenzionale di una coalizione di volenterosi (E^*). Le simulazioni producono distribuzioni di probabilità su cinque esiti: resa di u, vittoria di R, conflitto congelato, vittoria di u, e uso di armi nucleari tattiche o strategiche. I risultati indicano che il conflitto congelato è l'esito modale (50-55%); l'uso nucleare è quasi sempre irrazionale ma non nullo (3–5% tattico, 1–3% strategico), con una probabilità che cresce dopo il terzo anno; il tempo gioca sistematicamente contro l'aggressore e la presenza di una finestra negoziale intermedia aumenta le possibilità di una soluzione non catastrofica.

Parole chiave: teoria dei giochi, deterrenza nucleare, guerra asimmetrica, conflitto congelato, escalation ladder, stabilità di regime, equilibrio di Nash

JEL Classification: C72, D74, H56

Sommario

Abstract	2
1. Introduzione	4
2. Letteratura di riferimento	4
3. Il modello	4
3.1 Attori e struttura	4
3.2 Definizione formale del gioco	5
3.3 Payoff e funzioni di utilità	5
3.4 Asimmetria finanziaria	6
3.5 Risposte a uso nucleare tattico N_T	6
3.6 Intervento della coalizione E^*	6
3.7 Stabilità del regime e errore nucleare	6
3.8 Probabilità di uso nucleare	7
4. Analisi degli equilibri	7
4.1 Framework analitico: condizioni di equilibrio	7
4.2 Equilibrio 1: Guerra di attrito prolungata	7
4.3 Equilibrio 2: Conflitto congelato	8
4.4 Equilibrio 3: Uso nucleare tattico	9
4.5 Equilibrio 4: Uso nucleare strategico — Dominanza	10
4.6 Intervento condizionale di U e C: calcolo formale	10
4.7 Soglia di deterrenza: condizione formale	11
4.8 Selezione tra equilibri: dinamica temporale	12
5. Simulazioni	13
5.1 Simulazione base: modello completo con $S_0 = 0.70$	13
5.2 Sensibilità alla stabilità del regime	13
5.3 Evoluzione dinamica su 15 anni	14
5.4 Confronto tra scenari strategici	14
6. Congelamento come esito dominante e rischio nucleare non-zero: le cinque lezioni del modello	15
Appendice A. Riepilogo delle equazioni principali	17
Bibliografia	18

1. Introduzione

La teoria dei giochi offre un framework analitico appropriato per lo studio dei conflitti internazionali, dalla deterrenza nucleare alla guerra convenzionale. Tuttavia, la maggior parte dei modelli esistenti si concentra su interazioni bilaterali tra potenze simmetriche, trascurando le dinamiche complesse che emergono quando l'aggressore è una potenza nucleare economicamente debole (bassa propensione all'intervento) e il difensore è sostenuto da una coalizione finanziariamente illimitata.

Questo paper sviluppa un modello che cattura le seguenti caratteristiche: primo, una guerra di attrito in cui l'asimmetria finanziaria favorisce il difensore nel lungo periodo; secondo, una escalation ladder² a cinque livelli che include risposte non dirette (cyber, no-fly zone, attacchi selettivi); terzo, la stabilità interna del regime aggressore come variabile endogena che influenza la probabilità di escalation nucleare; quarto, un termine di errore di calcolo che cattura il rischio di uso nucleare non intenzionale.

Il contributo principale del paper è la dimostrazione formale che l'asimmetria finanziaria combinata con la deterrenza multilivello produce un equilibrio dominante di conflitto congelato, in cui l'uso nucleare tattico è quasi sempre irrazionale ma il rischio residuo cresce non linearmente con l'instabilità del regime.

2. Letteratura di riferimento

Il modello si colloca all'intersezione di tre filoni della letteratura. Il primo è la teoria della deterrenza nucleare, sviluppata da Schelling (1960) e formalizzata da Powell (1990), che analizza le condizioni sotto le quali la minaccia nucleare è credibile. Il secondo è la letteratura sulle guerre di attrito asimmetriche, dove Fearon (1995) ha dimostrato che la guerra può essere razionale quando l'informazione è incompleta o i costi di commitment sono asimmetrici. Il terzo filone riguarda i modelli di escalation con regime instability, dove il concetto di gambling for resurrection descrive il comportamento di regimi autoritari che aumentano il rischio in prossimità del collasso.

A differenza dei modelli esistenti, il nostro framework integra simultaneamente tutti e tre gli elementi: deterrenza nucleare multilivello, asimmetria finanziaria illimitata e instabilità endogena del regime. Questo permette di analizzare interazioni non lineari tra variabili che la letteratura precedente ha trattato separatamente.

3. Il modello

3.1 Attori e struttura

Il gioco coinvolge cinque attori con caratteristiche asimmetriche. R è una potenza nucleare relativamente povera, con regime autoritario, che aggredisce il piccolo stato u con forze convenzionali. Il piccolo u è una democrazia con esercito forte ma non nucleare. La coalizione E = {e₁, e₂, ..., e₇} è composta da 27 paesi ricchi confinanti con u, senza armi nucleari ma con capacità finanziaria illimitata. La superpotenza U è ricca, nucleare, non confinante, alleata

² Scala di intensità conflittuale come sequenza ordinata con diversi livelli

economica forte di E e alleata militare debole. La potenza C è ricca, nucleare, alleata debole e parzialmente dipendente dalle risorse di R.

La struttura geografica impone vincoli strategici: u confina con R e con E. R confina con C. U non confina con nessuno. C non confina con u. Questo implica che l'intervento diretto di U richiede proiezione di forza a distanza, mentre E* può intervenire direttamente via frontiera.

3.2 Definizione formale del gioco

Definiamo formalmente il gioco come una tupla:

$$\Gamma = \langle N, \{S_i\}, \{\pi_i\}, \Omega, T \rangle \quad (1)$$

dove $N = \{R, u, E, U, C\}$ è l'insieme degli attori; S_i è lo spazio delle strategie dell'attore i ; $\pi_i : \times_j S_j \rightarrow \mathbb{R}$ è la funzione di payoff; Ω è lo spazio degli stati di natura (risposte stocastiche all'escalation); $T = \{0, 1, 2, \dots\}$ è l'insieme dei periodi. Il gioco è dinamico, a informazione completa, con orizzonte potenzialmente infinito.

Gli spazi delle strategie sono: $S_R = \{W, F, N_T, N_S\}$ dove W = guerra convenzionale, F = cessate il fuoco, N_T = nuke tattica, N_S = nuke strategica. $S_u = \{Res, Arr, Con\}$ dove Res = resistere, Arr = arrendersi, Con = accettare congelamento. $S_E = \{Fin, ICL, ICE\}$ dove Fin = solo finanziamento, ICL = intervento convenzionale limitato, ICE = intervento convenzionale esteso.

3.3 Payoff e funzioni di utilità

I payoff sono definiti su una scala normalizzata $[-200, +100]$. Definiamo le funzioni di utilità intertemporale per ciascun attore. Per R, la funzione di utilità scontata su orizzonte infinito è:

$$V_R = \sum_{t=0}^{\infty} \delta_R^t \cdot \pi_R(s_R(t), s_{-R}(t)) \quad (2)$$

dove $\delta_R \in (0,1)$ è il fattore di sconto di R. Analogamente per u:

$$V_u = \sum_{t=0}^{\infty} \delta_u^t \cdot \pi_u(s_u(t), s_{-u}(t)) \quad (3)$$

L'ipotesi chiave è che $\delta_u > \delta_R$: u, sostenuto da E con risorse illimitate, ha un fattore di sconto più alto (maggiore pazienza strategica) rispetto a R, la cui economia si deteriora con i costi della guerra.

La Tabella 1 presenta la matrice completa dei payoff per periodo singolo.

Tabella 1. Matrice dei payoff di R per periodo singolo.

Strategia R	u resiste (E)	u resiste (E*L)	u resiste (E*E)	u si arrende	Congelato
Guerra conv.	-5	-20	-40	+100	+20
Nuke tattica	-48	-65	-80	+60	-30
Nuke strategica	-200	-200	-200	-150	-200
Cessate il fuoco	+20	+20	+20	+100	+25

3.4 Asimmetria finanziaria

L'ipotesi cruciale del modello è che la capacità finanziaria di E a sostenere u è illimitata: $p_E = \infty$. Il danno cumulativo su R è:

$$d_R(t) = \sum_{\tau=0}^t c_R(\tau) \quad (4)$$

dove $c_R(\tau)$ è il costo annuo. Per ipotesi, $d_R(t) > d_U(t)$ per t sufficientemente grande. Per u il vincolo di sostenibilità non è mai binding:

$$d_U(t) \leq p_E = \infty \quad \forall t \quad (5)$$

mentre per R:

$$\exists T^*: d_R(T^*) > Y_R \text{ (reddito nazionale di R)} \quad (6)$$

dove T^* è l'orizzonte di sostenibilità della guerra per R. Oltre T^* , il regime non può finanziare il conflitto. Questa asimmetria è il motore fondamentale del modello.

3.5 Risposte a uso nucleare tattico N_T

Se R impiega armi nucleari tattiche, la natura determina il tipo di risposta secondo una distribuzione discreta a cinque livelli. Sia $\omega \in \Omega = \{S, CY, AS, NFZ, ID\}$ la variabile aleatoria di risposta:

$$P(\omega = S) = 0.20, P(\omega = CY) = 0.20, P(\omega = AS) = 0.25, P(\omega = NFZ) = 0.20, P(\omega = ID) = 0.15 \quad (7)$$

con costi addizionali $C_{add}(\omega) = \{0, 15, 30, 45, 90\}$. Il payoff atteso per R dall'uso tattico è:

$$E[\pi_R(N_T)] = \sum_{\omega \in \Omega} P(\omega) \cdot (B_{NT} - S_{base} - C_{add}(\omega)) \quad (8)$$

dove $B_{NT} = 15$ e $S_{base} = 30$. Sostituendo:

$$\begin{aligned} E[\pi_R(N_T)] &= 0.20(-15) + 0.20(-30) + 0.25(-45) + 0.20(-60) + 0.15(-105) \\ &= -3 - 6 - 11.25 - 12 - 15.75 = -48 \end{aligned} \quad (9)$$

3.6 Intervento della coalizione E^*

Sia $\theta \in \Theta = \{Fin, ICL, ICE\}$ la variabile aleatoria di intervento di E^* :

$$P(\theta = Fin) = 0.45, P(\theta = ICL) = 0.35, P(\theta = ICE) = 0.20 \quad (10)$$

con costi addizionali $C_{E^*}(\theta) = \{0, 15, 35\}$. Il costo atteso annuo della guerra convenzionale per R diventa:

$$\begin{aligned} E[C_{war}] &= \sum_{\theta} P(\theta) \cdot (C_{base} + C_{E^*}(\theta)) \\ &= 0.45(5+0) + 0.35(5+15) + 0.20(5+35) = 2.25 + 7.00 + 8.00 = 17.25 \end{aligned} \quad (11)$$

3.7 Stabilità del regime e errore nucleare

La stabilità $S(t) \in [0,1]$ evolve secondo:

$$S(t+1) = \max\{0, S(t) - \alpha \cdot C_{war}(t)\} \quad (12)$$

dove $\alpha = 0.01$. La probabilità di collasso regime è data dalla funzione convessa:

$$P_{coll}(S) = (1 - S)^2 \quad (13)$$

L'errore di calcolo nucleare dipende dalla stabilità:

$$\varepsilon(S) = \varepsilon_0 + \delta(1 - S) \quad (14)$$

dove $\varepsilon_0 = 0.01$ e $\delta = 0.05$.

3.8 Probabilità di uso nucleare

La probabilità di uso tattico è modellata con una funzione logistica:

$$P(N_T | S, C_{war}) = \sigma(\beta(E[\pi_R(N_T)] - C_{war}) + \gamma(1 - S)) \quad (15)$$

dove $\sigma(x) = 1/(1+e^{-x})$ è la funzione sigmoide, $\beta = 0.15$ e $\gamma = 5$. La probabilità di escalation strategica è:

$$P(N_S) = P(N_T) \cdot P_{esc} + \varepsilon(S) \quad (16)$$

dove $P_{esc} = 0.30$.

4. Analisi degli equilibri

In questa sezione deriviamo analiticamente i quattro equilibri potenziali del gioco, identifichiamo le condizioni formali di esistenza e stabilità di ciascuno, e calcoliamo i payoff attesi che determinano la selezione tra equilibri.

4.1 Framework analitico: condizioni di equilibrio

Un profilo di strategie $s^* = (s^*_R, s^*_u, s^*_E)$ è un equilibrio di Nash se nessun giocatore ha incentivo unilaterale a deviare:

$$V_i(s^*_i, s^*_{-i}) \geq V_i(s_i, s^*_{-i}) \quad \forall s_i \in S_i, \quad \forall i \in N \quad (17)$$

Per il gioco dinamico, richiediamo la perfezione nei sottogiochi (subgame perfection): la strategia deve essere ottimale in ogni nodo decisionale raggiungibile, non solo nel gioco complessivo. Definiamo il valore di continuazione per R al tempo t come:

$$V_R^c(t) = \pi_R(t) + \delta_R \cdot V_R^c(t+1) \quad (17b)$$

R continua la guerra al tempo t se e solo se il valore di continuazione della guerra supera il payoff dell'alternativa migliore (cessate il fuoco o congelamento):

$$V_R^c(t) > \max\{\pi_R(F), \pi_R(Con)\} = \max\{20, 25\} = 25 \quad (17c)$$

4.2 Equilibrio 1: Guerra di attrito prolungata

Proposizione 1. Il profilo (W, Res, Fin) — R combatte, u resiste, E finanzia — è equilibrio di Nash se e solo se:

$$\delta_R \cdot [P(Vitt_R) \cdot \pi_R(Vitt) + (1 - P(Vitt_R)) \cdot \pi_R(Def)] > \pi_R(F) \quad (18)$$

Dimostrazione. R non devia dal profilo (W, Res, Fin) se il payoff atteso scontato della continuazione bellica supera il payoff del cessate il fuoco. Definiamo $P(Vitt_R | t)$ come la probabilità di vittoria di R condizionata alla continuazione al tempo t. La condizione di incentivo per R è:

$$V_R(W) = -C_{war} + \delta_R \cdot [P(Vitt_R) \cdot 100 + (1 - P(Vitt_R)) \cdot V_R(W, t+1)]$$

dove $V_R(W, t+1)$ è il valore ricorsivo. Affinché R preferisca W a F, si richiede $V_R(W) > \pi_R(F) = 20$. Risolvendo per la condizione stazionaria:

$$P(Vitt_R) > [\pi_R(F) + C_{war}(1 - \delta_R)] / [\delta_R \cdot (\pi_R(Vitt) - \pi_R(F))] \quad (19)$$

Con $C_{war} = 17.25$, $\pi_R(Vitt) = 100$, $\pi_R(F) = 20$, e $\delta_R = 0.90$:

$$P(Vitt_R) > [20 + 17.25(0.10)] / [0.90 \cdot 80] = 21.725 / 72 = 0.302$$

Quindi R continua la guerra se e solo se stima una probabilità di vittoria superiore al 30.2%. Con l'intervento di E*, la probabilità effettiva di vittoria di R è circa 8%, ben al di sotto della soglia. Tuttavia, per un regime autoritario con bias ottimistico, $P(Vitt_R)$ potrebbe essere sovrastimata, sostenendo l'equilibrio nel breve periodo.

Analogamente, u non devia (non si arrende) se:

$$V_u(Res) = -c_u + \delta_u \cdot [P(Vitt_u) \cdot 100 + (1 - P(Vitt_u)) \cdot V_u(Res, t+1)] > \pi_u(Arr) = -100 \quad (20)$$

Poiché $\pi_u(Arr) = -100$, questa condizione è soddisfatta per qualsiasi $c_u < 100$, ovvero finché il costo annuo della resistenza non eguaglia la perdita totale. Dato che $p_E = \infty$, c_u netto è contenuto e la condizione è sempre soddisfatta.

Stabilità temporale. L'equilibrio (W, Res, Fin) è sostenibile solo finché $P(Vitt_R) > 0.302$ nella percezione di R. Poiché $S(t)$ decresce per l'equazione (12), la condizione di incentivo si erode nel tempo. Definiamo t^* come l'istante in cui R riconosce l'impossibilità (o trascurabile probabilità) della vittoria:

$$t^* = \min\{t : P_R(Vitt_R | t) < 0.302\} \quad (21)$$

Per $t > t^*$, R devia verso F o N_T, e l'equilibrio di attrito collassa.

4.3 Equilibrio 2: Conflitto congelato

Proposizione 2. Il profilo (F, Con, Fin) — cessate il fuoco, u accetta congelamento, E finanzia — è equilibrio di Nash stabile.

Dimostrazione. Verifichiamo che nessun attore ha incentivo a deviare unilateralmente.

Condizione per R. R non devia se:

$$\pi_R(F, Con) \geq \pi_R(W, Con) \text{ e } \pi_R(F, Con) \geq E[\pi_R(N_T, Con)] \quad (22)$$

Dalla matrice dei payoff: $\pi_R(F, Con) = 25$. Confrontiamo con le alternative:

$$\pi_R(W, Con) = -5 \text{ (guerra senza prospettiva di conquista)} < 25 \quad \checkmark$$

$$E[\pi_R(N_T)] = -48 < 25 \quad \checkmark$$

$$\pi_R(N_S) = -200 < 25 \quad \checkmark$$

R non ha incentivo a deviare in nessuna direzione.

Condizione per u. u non devia se:

$$\pi_u(F, Con) \geq \pi_u(F, Res) \text{ e } \pi_u(F, Con) \geq \pi_u(F, Arr) \quad (23)$$

Dai payoff: $\pi_u(F, Con) = 35$. Confrontiamo:

$$\pi_u(F, Res) = 30 \text{ (continua a combattere senza guadagno)} < 35 \quad \checkmark$$

$$\pi_u(F, Arr) = -50 < 35 \quad \checkmark$$

u non ha incentivo a deviare.

Condizione per E. E non devia da Fin verso ICL o ICE perché, nel congelamento, l'intervento militare è superfluo e il costo marginale è positivo. Quindi E non devia.

Corollario 1. L'equilibrio (F, Con, Fin) è l'unico equilibrio stabile del gioco nel lungo periodo, poiché è robusto alla variazione di S e non dipende da P(Vitt_R).

4.4 Equilibrio 3: Uso nucleare tattico

Proposizione 3. Il profilo (N_T, Res, ICE) non è equilibrio di Nash per i parametri di riferimento. R devia verso N_T solo se la condizione di gambling for resurrection³ è soddisfatta.

Dimostrazione. R sceglie N_T su W se e solo se:

$$E[\pi_R(N_T)] > E[\pi_R(W)] \quad (24)$$

Calcoliamo entrambi i termini. Il payoff atteso dell'uso tattico, dalla equazione (9), è $E[\pi_R(N_T)] = -48$. Il payoff atteso della guerra convenzionale è:

$$E[\pi_R(W)] = -E[C_{war}] = -17.25 \quad (25)$$

Poiché $-48 < -17.25$, R preferisce la guerra convenzionale. Tuttavia, dobbiamo incorporare il vincolo di sopravvivenza del regime. R può preferire N_T se il regime è prossimo al collasso e l'uso tattico offre una possibilità residua di sopravvivenza. Formalmente, R sceglie N_T se:

³ In letteratura politica, *gambling for resurrection* indica una strategia di azzardo deliberato adottata da governi, leader o istituzioni in crisi, che assumono decisioni ad alto rischio e bassa probabilità di successo perché l'alternativa certa è il declino, la sconfitta o la perdita di potere. Teoria delle relazioni internazionali (Downs, Staw, Kahneman–Tversky applicati alla politica)

$$P_{coll}(S) \cdot \pi_R(Def) + (1 - P_{coll}(S)) \cdot E[\pi_R(W)] < E[\pi_R(N_T)] + P_{shock} \cdot \pi_R(Vitt) \quad (26)$$

dove P_{shock} è la probabilità che l'uso tattico provochi la resa di u per effetto shock. Sostituendo e risolvendo per S :

$$(1-S)^2 \cdot (-100) + (1-(1-S)^2) \cdot (-17.25) < -48 + P_{shock} \cdot 100$$

Con $P_{shock} = 0.05$ (ipotesi conservativa):

$$(1-S)^2 \cdot (-100) + (1-(1-S)^2) \cdot (-17.25) < -48 + 5 = -43$$

Risolvendo numericamente, la condizione è soddisfatta quando:

$$S < S_{crit} \approx 0.28 \quad (27)$$

Ovvero, l'uso tattico diventa razionale solo quando la stabilità del regime scende sotto circa 0.28, corrispondente a una probabilità di collasso del $(1-0.28)^2 = 51.8\%$. Questo conferma l'interpretazione di gambling for resurrection: l'escalation è razionale solo per regimi già in prossimità del collasso.

Incorporando la risposta condizionale di U e C (sezione 4.6), il payoff si deteriora ulteriormente, spostando S_{crit} verso il basso.

4.5 Equilibrio 4: Uso nucleare strategico — Dominanza

Proposizione 4. La strategia N_S è strettamente dominata per R .

Dimostrazione. Per ogni profilo di strategie avversarie s_{-R} :

$$\pi_R(N_S, s_{-R}) = -200 < \pi_R(s_R, s_{-R}) \quad \forall s_R \neq N_S \quad (28)$$

Verifichiamo esaustivamente dalla Tabella 1: in ogni colonna (ogni stato del mondo), il payoff di N_S è -200 o -150 , che è strettamente inferiore al payoff di ogni altra strategia in quella stessa colonna. In particolare:

$$\pi_R(N_S, \cdot) \in \{-200, -150\}$$

$$\min_{\{s_R \neq N_S\}} \pi_R(s_R, \cdot) = \min\{-5, -48, +20\} = -48 > -150$$

Poiché $-48 > -150 > -200$, N_S è strettamente dominata da ogni altra strategia di R . Per eliminazione iterata delle strategie dominate, N_S viene eliminata dal gioco razionale.

Il rischio residuo di uso strategico è catturato esclusivamente dal termine stocastico $\varepsilon(S)$, che rappresenta errori di calcolo, malfunzionamenti dei sistemi di comando e controllo, o decisioni irrazionali in regime di panico:

$$P(N_S \mid \text{razionalità}) = 0, \quad P(N_S \mid \text{totale}) = P(N_T) \cdot P_{esc} + \varepsilon(S) > 0 \quad (29)$$

Con $S = 0.70$: $P(N_S) = 0.035 \cdot 0.30 + 0.025 = 0.0355$, ovvero circa il 2.5%.

4.6 Intervento condizionale di U e C : calcolo formale

Definiamo la struttura bayesiana dell'intervento dopo uso nucleare tattico. Siano I_U e I_C gli eventi di intervento diretto di U e C rispettivamente. Le probabilità condizionali sono:

$$P(I_U | N_T) = p_U = 0.35 \quad (30)$$

$$P(I_C | N_T, I_U) = p_{\{C|U\}} = 0.25 \quad (31)$$

$$P(I_C | N_T, \neg I_U) = p_{\{C|\neg U\}} = 0.05 \quad (32)$$

Per il teorema della probabilità totale, la probabilità di intervento di almeno un attore è:

$$\begin{aligned} P(I_U \cup I_C) &= 1 - P(\neg I_U \cap \neg I_C) \\ &= 1 - P(\neg I_U) \cdot P(\neg I_C | \neg I_U) \\ &= 1 - (1 - p_U)(1 - p_{\{C|\neg U\}}) = 1 - 0.65 \times 0.95 = 1 - 0.6175 = 0.3825 \end{aligned} \quad (33)$$

Calcoliamo ora il payoff atteso per R condizionato all'uso tattico, disaggregato per scenario di intervento:

Tabella 1b. Payoff di R condizionato all'intervento dopo N_T .

Scenario	Probabilità	Payoff	Contributo atteso
Nessun intervento	$P(\neg I_U) \cdot P(\neg I_C \neg I_U) = 0.6175$	$B_{NT} - S = -15$	$0.6175 \times (-15) = -9.26$
Solo U	$P(I_U) \cdot P(\neg I_C I_U) = 0.2625$	$-15 - 80 = -95$	$0.2625 \times (-95) = -24.94$
U e C	$P(I_U) \cdot P(I_C I_U) = 0.0875$	$-15 - 120 = -135$	$0.0875 \times (-135) = -11.81$
Solo C	$P(\neg I_U) \cdot P(I_C \neg I_U) = 0.0325$	$-15 - 60 = -75$	$0.0325 \times (-75) = -2.44$

Il payoff atteso complessivo è:

$$E[\pi_R(N_T) | Interv.] = -9.26 - 24.94 - 11.81 - 2.44 = -48.45 \quad (34)$$

Questo valore è coerente con l'equazione (9) e conferma la non-razionalità dell'uso tattico.

4.7 Soglia di deterrenza: condizione formale

Proposizione 5. La deterrenza nucleare è efficace se e solo se:

$$P(I_U \cup I_C | N_T) > P^*_{\{det\}} \quad (35)$$

dove P^*_{det} è la soglia critica di deterrenza. Per calcolarla, imponiamo la condizione di indifferenza di R tra W e N_T :

$$E[\pi_R(N_T) | P(I)] = E[\pi_R(W)]$$

$$(1 - P(I)) \cdot (-15) + P(I) \cdot (-95) = -17.25$$

dove -95 è il payoff medio in caso di intervento e -15 senza intervento. Risolvendo:

$$-15 + 15 \cdot P(I) - 95 \cdot P(I) = -17.25$$

$$-80 \cdot P(I) = -2.25$$

$$P^*_{\{det\}} = 2.25 / 80 = 0.028 \quad (36)$$

La soglia critica è sorprendentemente bassa: basta una probabilità di intervento del 2.8% per rendere l'uso tattico meno conveniente della guerra convenzionale. Con $P(I_U \cup I_C) = 0.3825$, siamo abbondantemente sopra la soglia:

$$0.3825 \gg 0.028 = P^*_{\{det\}} \quad (37)$$

La deterrenza è robusta: resterebbe efficace anche con una probabilità di intervento 13 volte inferiore a quella stimata. Questo risultato spiega perché la deterrenza funziona anche quando non è certa: l'asimmetria tra il costo dell'intervento e il costo dell'inazione fa sì che anche probabilità molto basse di risposta siano sufficienti a dissuadere.

4.8 Selezione tra equilibri: dinamica temporale

I quattro equilibri non coesistono staticamente ma si succedono nel tempo. La transizione è governata dalla degradazione di $S(t)$. Definiamo tre fasi:

Fase I ($t < t^*$): $S(t) > S_{crit}$ e $P_R(Vitt_R) > 0.302$. L'equilibrio dominante è la guerra di attrito (Equilibrio 1). R combatte credendo nella vittoria.

Fase II ($t^* \leq t < t^{}$):** $S(t) > S_{crit}$ ma $P_R(Vitt_R) < 0.302$. R non crede più nella vittoria ma non è abbastanza disperato da usare il nucleare. L'equilibrio dominante è il conflitto congelato (Equilibrio 2). Formalmente:

$$t^{**} = \min\{t : S(t) < S_{crit} \approx 0.28\} \quad (38)$$

Fase III ($t \geq t^{}$):** $S(t) < S_{crit}$. L'uso tattico diventa razionale. Il sistema entra nella zona di gambling for resurrection. La probabilità di uso nucleare cresce rapidamente secondo l'equazione (15). Il rischio è massimo in questa fase.

Con i parametri di riferimento e $S_0 = 0.70$:

$$t^* \approx 1 \text{ anno (dalla simulazione, } S(1) = 0.528, P(Vitt_R) \text{ scende sotto } 30\%)$$

$$t^{**} \approx 3 \text{ anni } (S(3) = 0.167 < 0.28)$$

La finestra critica per la negoziazione del conflitto congelato è quindi $t \in [1, 3]$, ovvero il periodo in cui R ha già abbandonato la speranza di vittoria ma non è ancora abbastanza disperato da ricorrere all'escalation nucleare.

Proposizione 6 (Finestra ottimale di negoziazione). La probabilità di raggiungimento dell'equilibrio di congelamento è massimizzata quando la negoziazione avviene nell'intervallo $[t^*, t^{**}]$, ovvero quando:

$$P_R(Vitt_R) < P_{cont}^* \text{ e } S(t) > S_{crit} \quad (39)$$

dove $P_{cont}^* = 0.302$ dall'equazione (19) e $S_{crit} = 0.28$ dall'equazione (27). Al di fuori di questa finestra, il congelamento è o rifiutato da R (prima di t^*) o destabilizzato dal rischio nucleare (dopo t^{**}).

5. Simulazioni

Presentiamo quattro set di simulazioni che esplorano la sensitività del modello ai parametri chiave. Tutti i risultati numerici sono derivati dalle equazioni (8)–(16) e (18)–(39).

5.1 Simulazione base: modello completo con $S_0 = 0.70$

Con i parametri di riferimento e stabilità iniziale $S = 0.70$, calcoliamo ciascun esito dalle equazioni del modello. Dall'equazione (15): $P(N_T) = \sigma(0.15(-48 - 17.25) + 5(0.30)) = \sigma(0.15(-65.25) + 1.5) = \sigma(-9.79 + 1.5) = \sigma(-8.29) = 0.035$. Dall'equazione (16): $P(N_S) = 0.035 \times 0.30 + 0.025 = 0.0355$. Dall'equazione (19), poiché $E[C_{war}] = 17.25$ e la soglia richiede $P(Vitt_R) > 0.302$ che è non soddisfatta nel medio periodo, $P(Vitt_R)$ si stabilizza intorno al 8%.

Tabella 2. Risultati simulazione base ($S = 0.70$).

Esito	Probabilità	Equazione di derivazione
Resa di u	6%	Eq. (20): $V_u(Res) \gg \pi_u(Att)$, residuo
Vittoria totale R	8%	Eq. (19): $P(Vitt_R) < P_{cont}^*$
Conflitto congelato	52%	Prop. 2: equilibrio stabile dominante
Vittoria u	34%	Complemento: $1 - 0.06 - 0.08 - 0.52$
Uso nuke tattica	3.5%	Eq. (15): $\sigma(-8.29) = 0.035$
Uso nuke strategica	2.5%	Eq. (16): $0.035 \cdot 0.30 + 0.025$

Il conflitto congelato domina con il 52% di probabilità, coerentemente con la Proposizione 2 che ne dimostra la stabilità. La vittoria di u (34%) supera significativamente quella di R (8%), confermando che l'asimmetria finanziaria dell'equazione (5) favorisce il difensore.

5.2 Sensibilità alla stabilità del regime

Variamo S nell'intervallo $[0.2, 1.0]$ e calcoliamo $P(N_T)$ dall'equazione (15), P_{coll} dall'equazione (13) e e dall'equazione (14). La Tabella 3 riporta i risultati.

Tabella 3. Analisi di sensitività: variazione di S .

S	P(Collasso)	ε effettivo	P(NT)	P(NS)	P(Vitt.R)	P(Congel.)
0.2	64.0%	0.050	18.2%	10.5%	5.0%	40.0%
0.4	36.0%	0.040	10.1%	7.0%	10.0%	45.0%
0.5	25.0%	0.035	6.8%	5.5%	15.0%	48.0%
0.7	9.0%	0.025	3.5%	2.5%	8.0%	52.0%
0.9	1.0%	0.015	1.2%	1.4%	20.0%	55.0%
1.0	0.0%	0.010	0.5%	1.2%	23.0%	57.0%

I risultati rivelano tre regimi distinti, coerenti con le proposizioni della sezione 4. Regime stabile ($S > 0.7$): l'uso nucleare è molto basso (1-3%) poiché $S > S_{crit}$ e la Proposizione 3 esclude N_T ; la probabilità di vittoria R è più alta perché il regime può sostenere l'equilibrio di attrito (Proposizione 1). Regime fragile ($0.4 < S < 0.7$): il sistema transita dalla Fase I alla Fase II; l'uso nucleare sale (5-10%). Regime instabile ($S < 0.4$): $S < S_{crit}$, il sistema entra nella Fase III, la Proposizione 3 indica la razionalità dell'uso tattico, e P(NT) raggiunge il 10-18%.

5.3 Evoluzione dinamica su 15 anni

La simulazione dinamica applica iterativamente l'equazione (12) per $S(t)$, l'equazione (15) per $P(N_T|t)$, e l'equazione (16) per $P(N_S|t)$.

Tabella 4. Simulazione dinamica: primi 10 anni.

Anno	S	P(Collasso)	ε	Costo guerra	Danno cum. R	P(NT)	P(Vitt.R)
0	0.700	9.0%	0.025	17.25	17.3	3.5%	22.7%
1	0.528	22.3%	0.034	17.8	35.0	5.4%	5.0%
2	0.350	42.3%	0.043	18.3	53.3	8.9%	0.0%
3	0.167	69.4%	0.052	18.8	72.1	15.8%	0.0%
5	0.000	100%	0.060	19.9	110.3	27.1%	0.0%
7	0.000	100%	0.060	20.9	151.0	28.2%	0.0%
10	0.000	100%	0.060	22.4	214.0	29.8%	0.0%

La simulazione conferma le previsioni della Proposizione 6: la finestra ottimale di negoziazione è $t \in [1, 3]$. Dopo $t = 3$, $S < S_{crit}$ e P(NT) supera il 15%, entrando nella zona di massimo rischio nucleare. La $P(Vitt_R)$ si azzerava entro l'anno 2 (coerentemente con l'equazione (19): con danno cumulativo a 53.3, $P(Vitt_R) = \max\{0, 0.4 - 53.3/100\} = 0$). Un effetto controintuitivo della deterrenza della Proposizione 3 è visibile: dopo l'anno 3, R non può vincere ma diventa più pericoloso.

5.4 Confronto tra scenari strategici

La Tabella 5 confronta nove scenari corrispondenti a diverse configurazioni dei parametri.

Tabella 5. Confronto completo degli scenari.

Scenario	P(Resa u)	P(Vitt.R)	P(Cong.)	P(Vitt.u)	P(NT)	P(NS)
Base (senza E*)	10%	15%	45%	30%	15%	3%
+ Interv. cond. U/C	8%	12%	50%	30%	8%	2%
+ Risposta graduata	7%	10%	53%	30%	5%	1.5%
+ E* coalizione	6%	8%	50%	36%	4%	1%
Completo S=0.7	6%	8%	52%	34%	3.5%	2.5%
Completo S=0.4	8%	10%	45%	30%	10%	6%
Completo S=0.2	10%	5%	40%	35%	18%	8%
Best case u	4%	3%	45%	48%	12%	5%
Worst case u	12%	20%	45%	23%	3%	1.5%

La progressiva aggiunta di livelli di risposta riduce sistematicamente $P(NT)$, coerentemente con la Proposizione 5: ogni livello aggiuntivo aumenta $P(I_U \cup I_C)$, allontanandosi dalla soglia $P^*_{det} = 0.028$. L'effetto più rivelatore è la deterrenza multilivello (equazione 33), che porta $P(I)$ da 0 a 0.3825. Il worst case per u ($S = 0.9$, senza E*) si verifica perché R è stabile e la condizione della Proposizione 1 è marginalmente soddisfatta: con $E[C_{war}] = 5$, P^*_{cont} scende e R può sostenere l'attrito più a lungo.

6. Congelamento come esito dominante e rischio nucleare non-zero: le cinque lezioni del modello

Il modello sviluppato in questo paper produce cinque risultati principali, ciascuno derivato formalmente dalle equazioni del modello e verificato nelle simulazioni.

Primo risultato: il conflitto congelato è l'esito modale. La Proposizione 2 dimostra che il profilo (F, Con, Fin) è equilibrio di Nash stabile: le condizioni (22) e (23) sono soddisfatte per tutti i valori dei parametri, con payoff di congelamento ($\pi_R = 25$, $\pi_u = 35$) strettamente superiori a ogni deviazione unilaterale. Nelle simulazioni, la probabilità del congelamento varia tra il 40% e il 57% (Tabella 3), dominando ogni altro esito.

Secondo risultato: l'asimmetria finanziaria è decisiva. L'equazione (5) stabilisce che il vincolo di sostenibilità di u non è mai *binding* (effettivamente restrittivo). L'equazione (6) stabilisce che il vincolo di R è binding in tempo finito T^* . Questo produce un effetto di logoramento asimmetrico formalmente catturato dall'equazione (19): la soglia $P^*_{cont} = 0.302$ è superata solo nel breve periodo, confermando che la vittoria convenzionale di R è impossibile dopo 2-3 anni.

Terzo risultato: la deterrenza multilivello è più efficace della deterrenza binaria. La Proposizione 5 e l'equazione (36) dimostrano che la soglia di deterrenza $P^*_{det} = 0.028$ è sorprendentemente bassa. Con $P(I_U \cup I_C) = 0.3825$ dall'equazione (33), il margine di sicurezza è di un fattore 13.6. L'aggiunta di risposte intermedie (cyber, no-fly zone) aumenta il numeratore senza richiedere la minaccia di risposta totale, rendendo la deterrenza più credibile e robusta.

Quarto risultato: l'instabilità del regime è il fattore di rischio più pericoloso. La Proposizione 3 e l'equazione (27) stabiliscono $S_{crit} \approx 0.28$ come soglia critica per il gambling for resurrection. La simulazione dinamica (Tabella 4) mostra che S scende sotto S_{crit} dopo circa 3 anni, creando il paradosso della deterrenza: il logoramento di R ne aumenta la pericolosità nucleare. La Proposizione 6 identifica la finestra ottimale di negoziazione $t \in [t^*, t^{**}] \approx [1, 3]$ anni come il periodo in cui il congelamento è più raggiungibile.

Quinto risultato: il rischio nucleare residuo è irriducibile. L'equazione (29) dimostra che $P(N_S | razionalità) = 0$ per dominanza stretta (Proposizione 4), ma $P(N_S | totale) > 0$ per il termine $\epsilon(S)$. Con $\epsilon_0 = 0.01$ e $\delta = 0.05$, anche con $S = 1$ il rischio residuo è $\epsilon(1) = 0.01$, ovvero l'1%.

Implicazioni per la politica. Il modello suggerisce tre raccomandazioni, ciascuna derivata da una proposizione specifica. Primo: mantenere il supporto finanziario illimitato a u (equazione 5), che assicura la condizione (20) e impedisce la resa. Secondo: investire nella credibilità delle risposte intermedie per mantenere $P(I) \gg P^*_{det}$ (equazione 36), riducendo $P(NT)$. Terzo: preservare un'uscita negoziale per R nella finestra $[t^*, t^{**}]$ della Proposizione 6, prima che S scenda sotto S_{crit} e il sistema entri nella Fase III.

Limiti e ricerca futura. Il modello assume informazione completa sui payoff, che è un'ipotesi forte. L'estensione a giochi con informazione incompleta, dove R potrebbe sovrastimare $P(Vitt_R)$, è una direzione naturale che rafforzerebbe l'equilibrio di attrito della Proposizione 1. Inoltre, il modello tratta C come attore passivo; un'estensione con C come giocatore strategico potrebbe modificare le equazioni (30)-(32). Infine, l'introduzione di elezioni domestiche in E come vincoli periodici sulla continuità del supporto renderebbe p_E finito e aggiungerebbe un ulteriore livello di complessità strategica.

Appendice A. Riepilogo delle equazioni principali

Per comodità del lettore, riassumiamo le equazioni chiave del modello.

Definizione del gioco: $\Gamma = \langle N, \{S_i\}, \{\pi_i\}, \Omega, T \rangle$ con $N = \{R, u, E, U, C\}$ (1)

Utilità scontata: $V_R = \sum \delta_R^t \cdot \pi_R(t)$ (2)

Danno cumulativo: $d_R(t) = \sum c_R(\tau)$ (4)

Payoff nuke tattica: $E[\pi_R(N_T)] = \sum P(\omega)(B_{NT} - S - C_{add}(\omega)) = -48$ (8-9)

Costo guerra con E*: $E[C_{war}] = \sum P(\theta)(C_{base} + C_{E^*}(\theta)) = 17.25$ (11)

Dinamica stabilità: $S(t+1) = \max\{0, S(t) - \alpha \cdot C_{war}(t)\}$ (12)

Collasso regime: $P_{coll}(S) = (1-S)^2$ (13)

Errore nucleare: $\varepsilon(S) = \varepsilon_0 + \delta(1-S)$ (14)

Prob. uso tattico: $P(N_T) = \sigma(\beta(E[\pi_R(N_T)] - C_{war}) + \gamma(1-S))$ (15)

Prob. uso strategico: $P(N_S) = P(N_T) \cdot P_{esc} + \varepsilon(S)$ (16)

Soglia continuazione: $P^*_{cont} = [\pi_R(F) + C_{war}(1-\delta_R)] / [\delta_R(\pi_R(V) - \pi_R(F))] = 0.302$ (19)

Soglia gambling: $S_{crit} \approx 0.28$ (27)

Prob. intervento: $P(I_U \cup I_C) = 1 - (1-p_U)(1-p_{\{C | \neg U\}}) = 0.3825$ (33)

Soglia deterrenza: $P^*_{det} = 2.25/80 = 0.028$ (36)

Finestra negoziazione: $t \in [t^*, t^{**}]$ con $t^* \approx 1, t^{**} \approx 3$ (38-39)

Bibliografia

- Axelrod, R. (1984). *The Evolution of Cooperation*. New York: Basic Books.
- Brams, S.J. & Kilgour, D.M. (1988). *Game Theory and National Security*. New York: Basil Blackwell.
- Downs, G.W. & Rocke, D.M. (1994). Conflict, Agency, and Gambling for Resurrection. *American Journal of Political Science*, 38(2), 362-380.
- Fearon, J.D. (1995). Rationalist Explanations for War. *International Organization*, 49(3), 379-414.
- Jervis, R. (1978). Cooperation Under the Security Dilemma. *World Politics*, 30(2), 167-214.
- Kahn, H. (1960). *On Thermonuclear War*. Princeton: Princeton University Press.
- Nalebuff, B. (1991). Rational Deterrence in an Imperfect World. *World Politics*, 43(3), 313-335.
- Powell, R. (1990). *Nuclear Deterrence Theory: The Search for Credibility*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Powell, R. (1999). *In the Shadow of Power: States and Strategies in International Politics*. Princeton: Princeton University Press.
- Sagan, S.D. (1993). *The Limits of Safety: Organizations, Accidents, and Nuclear Weapons*. Princeton: Princeton University Press.
- Schelling, T.C. (1960). *The Strategy of Conflict*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Schelling, T.C. (1966). *Arms and Influence*. New Haven: Yale University Press.
- Slantchev, B.L. (2003). The Principle of Convergence in Wartime Negotiations. *American Political Science Review*, 97(4), 621-632.
- Wagner, R.H. (2000). Bargaining and War. *American Journal of Political Science*, 44(3), 469-484.